

Homotopija u raznim kategorijama (30 sati)

ZORAN ŠKODA, zskoda@irb.hr

U raznim područjima matematike ima smisla govoriti o deformacijama objekata te postoje analogoni konstrukcija iz teorije homotopija; u samoj topologiji također često se pojam topološkog prostora zamjenjuje pogodnijim kategorijama kao što su kategorije spektara. Ovaj kratki kolegij (od oko 1.11.) bio bi elementarni uvod u apstraktnu teoriju homotopija i osnovne primjere.

Predznanje: na nivou Metrički prostora + Uvod u topologiju + nešto algebre, napose pojam kategorije, funktora; moduli i tenzorski produkti

(A)(UVOD) Homotopija topoloških prostora, grupe homotopije (skeč); pojam fibracije, kofibracije i slabe ekvivalentnosti; limesi u kategorijama, Kanove ekstenzije, pojam kompaktno generiranih prostora i unutarnji hom, osnovne operacije (suspencija, cilindar, konus, fibracija putova, slobodni prostor petlji); adjungirani funktor (oko 6 sati) **(B)** Aksiomi Quillenove modelne kategorije, osnovna svojstva modelnih kategorija, apstraktni cilindar i prostor puteva, Quillenove adjunkcije i Quillenove ekvivalencije, homotopska kategorija modelne kategorije, (ko)fibrantne zamjene (oko 6 sati); **(C)** kratki pregled o CW kompleksima i njihova uloga u teoriji homotopija (2 sata); **(D)** simplicijalni skupovi: Kanovi uvjeti, modelne strukture, homotopske grupe, Dwyer-Kanov grupoid petlji, nerv kategorije i geometrijska realizacija, slabi Kanovi uvjeti i pojam kvazikategorije, zakretajući kociklus (6 sati); **(E)** kategorije kompleksa: Dold-Kanov teorem, kvaziizomorfizmi, projektivni i injektivni objekti, modelna struktura, bar i cobar (6 sati); **(F)** djelovanja grupa:klasificirajući prostor i univerzalni svežanj (4 sata).

Ispit je iz dva dijela. **1.** uvjerljivi pisani seminarski rad koji izlaže jednu od važnih teorija koja koristi metode iz kolegija; rad prezentirati na seminaru i/ili braniti preda mnom. Dajem upute i prijedloge tema. Neki naslovi su na stranicama kolegija www.irb.hr/korisnici/zskoda/homot.html i <http://ncatlab.org/zoranskoda/homotopija+u+raznim+kategorijama>;

2. Napraviti zadaće uz onaj dio kolegija koji nije dotaknut u seminarskoj radnji (što može biti prazan skup ako je seminar dubok i povezan sa svime). Jedan veći ciklus zadaća će realizirati komplementarni uvod u pojam deriviranog funktora u kontekstu modelnih kategorija.

Literatura. **A,C,E,F** će pratiti moja skripta. **B** glava 7 (=oko 35 stranica) u P. HIRSCHHORN, Model categories and their localization; **D** iz P. MAY, Simplicial objects in algebraic topology. Kurs će pratiti web stranica i linkovi na odgovarajuće pojmove u wikiju <http://ncatlab.org/nlab>